

OLIMPIADA LOCALA DE MATEMATICĂ

13 FEBRUARIE 2010

CLASA A VII-A

1. Fie  $a_n = \sqrt{11^n + 1001}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Aflați prima zecimală a numărului  $a_1$  și arătați că  $a_n$  este irațional  $\forall n \in \mathbb{N}^*$

2. a) Să se rezolve ecuația  $x + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 2010$ , știind că  $x, y, z \in \mathbb{Z}^*$

b) Avem șapte numere naturale pătrate perfecte diferite; arătați că există două dintre ele a căror diferență se divide cu 20.

3. În pătratul ABCD, M este mijlocul lui  $[AB]$  și  $DM \cap AC = \{N\}$ . Arătați că aria patrulaterului OBMN este o șesime din aria pătratului, unde  $AC \cap BD = \{O\}$ .

4. În triunghiul ABC,  $AB < AC$ . Fie  $D \in (AB)$ ,  $E \in (AD)$  și  $E \in (AC)$ ,  $F \in (AE)$ ,

astfel încât  $[BD] \equiv [CE]$ . Perpendicularele din B și D pe bisectoarea  $\sphericalangle BAC$

intersectează AC în P, respectiv Q.

a) Arătați că  $[PQ] \equiv [CE]$ .

b) Dacă M și N sunt respectiv mijloacele segmentelor  $[DE]$  și  $[BC]$  să se arate că MN este paralelă cu bisectoarea unghiului BAC.

c) Dacă  $AC - AB = BD$ , arătați că punctele C și Q coincid și  $BC = 2MC$ .

NOTA

Toate subiectele sunt obligatorii; fiecare subiect are 7 puncte; timp de lucru 3 ore